

A IMPORTÂNCIA DA CIRCUNFERÊNCIA

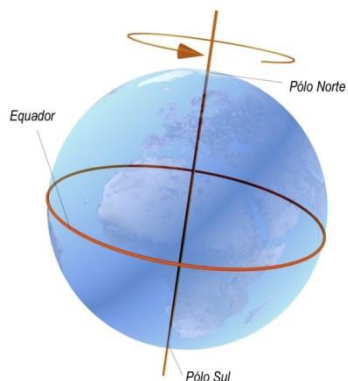
❖ A circunferência possui características não comumente encontradas em outras figuras planas, como o fato de ser a única figura plana que pode ser rodada em torno de um ponto sem modificar sua posição aparente. É também a única figura que é simétrica em relação a um número infinito de eixos de simetria.



❖ A circunferência é importante em praticamente todas as áreas do conhecimento como nas Engenharias, Matemática, Física, Química, Biologia, Arquitetura, Astronomia, Artes e também é muito utilizado na indústria e bastante utilizada nas residências das pessoas.

OS OBJETOS CIRCULARES ESTÃO PRESENTES NO NOSSO DIA-A-DIA

Linha do Equador



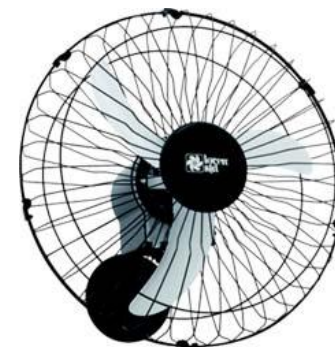
http://3.bp.blogspot.com/-h4b7CjOG6P0/TnEmbErzXII/AAAAAAAAADwY/jxraiX5n3Ng/s1600/Linha_do_Equador.jpg

Circunferência Abdominal



<http://cuorecardiologia.com.br/blog-dr-cuore/wp-content/uploads/2012/06/c.bmp>

Ventilador



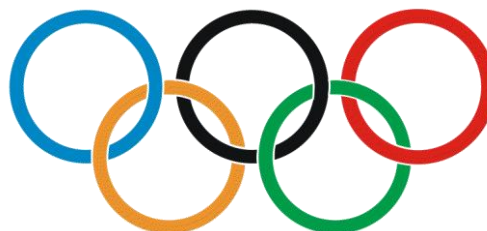
<http://2.bp.blogspot.com/-l8wJM9B-6s/ToOTSGPy2wI/AAAAAAAAAACc/smGV7Fz6o6A/s1600/ventilador-tufao.jpg>

Moeda



http://mlb-s1-p.mlbstatic.com/19140-MLB20166705477_092014-O.jpg

Bandeira Olímpica



<https://catracalivre.com.br/wp-content/uploads/2011/11/Jogo-s-OI%C3%ADmpicos-divulga%C3%A7%C3%A3o.gif>

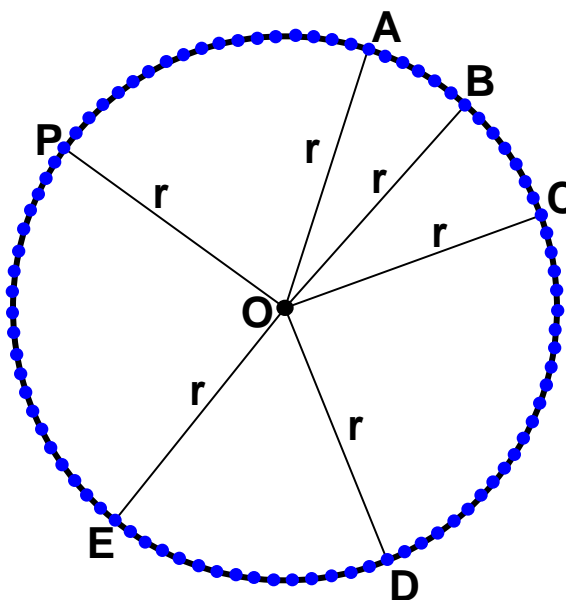
Disco



http://3.bp.blogspot.com/-m8Z67LuVNEW/ToOS8s513I/AAAAAAAAACU/QbqLiQZ0brk/s1600/C%25C3%25B3pia+de+600px-CD_autolev_crop.jpg

CIRCUNFERÊNCIA

❖ A circunferência é o lugar geométrico de todos os pontos de um plano que estão localizados a uma mesma distância r de um ponto fixo denominado o centro da circunferência (ponto O).



ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA



<http://www.uantof.cl/estudiomat/extensionion/ronda/zirkel.gif>

❖ **Raio**: Raio de uma circunferência (ou de um círculo) é um segmento de reta com uma extremidade no centro da circunferência e a outra extremidade num ponto qualquer da circunferência.



http://www.prof2000.pt/users/ildacabral/Circunfer%C3%Aancia_raio.gif



❖ **Corda**: Corda de uma circunferência é um segmento de reta cujas extremidades pertencem à circunferência.

❖ **Diâmetro**: Diâmetro de uma circunferência (ou de um círculo) é uma corda que passa pelo centro da circunferência. Observamos que o diâmetro é a maior corda da circunferência.

http://www.prof2000.pt/users/ildacabral/Circunfer%C3%Aancia_corda.gif



http://www.prof2000.pt/users/ildacabral/Circunfer%C3%Aancia_d%C3%A2metro.gif



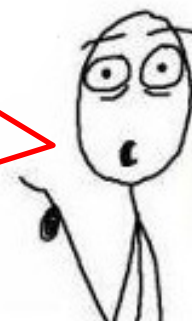
http://www.fotosdahora.com.br/gifs_animados/gifs/16Objetos//lampada_ideia.gif



❖ Uma relação importante que podemos notar é que a medida do diâmetro (d) é igual ao dobro da medida do raio (r), ou seja, $\text{diâmetro} = 2r$.

O que é pior que ser atingido
por um raio?

É ser atingido por um diâmetro,
que é duas vezes um raio!



<http://mat.absolutamente.net/humor/raio.png>

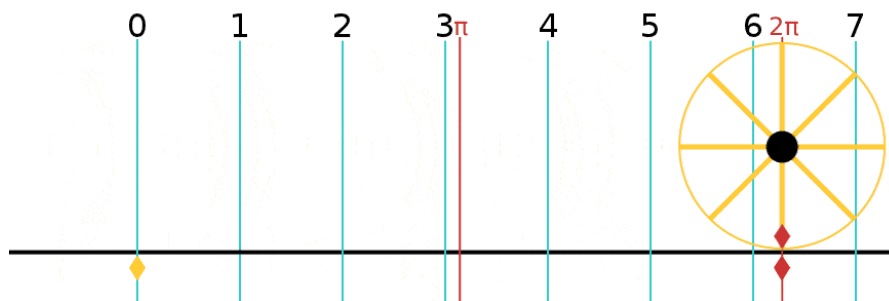
PERÍMETRO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

❖ A extensão da circunferência, ou seja, seu perímetro, C , pode ser calculada através da equação:

$$C = 2\pi r$$

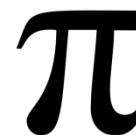
Onde:

- ✓ C é o comprimento da circunferência;
- ✓ π é uma constante ($\cong 3,14$);
- ✓ r é o raio da circunferência.



<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/67/2pi-unrolled.gif>

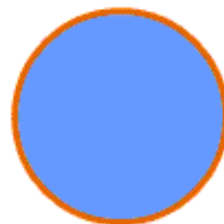
O QUE É O PI?



<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/2/2e/Pi-symbol.svg/588px-Pi-symbol.svg.png>

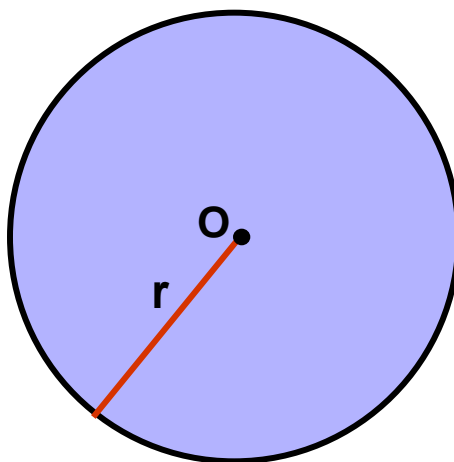
❖ O pi é a 16ª letra do alfabeto grego e corresponde ao som fonético “p” no alfabeto latino. Ele é, também, a inicial da palavra grega periphéreia, que significa circunferência. Por isso passou a ser usado para designar a divisão (razão) entre o valor da circunferência de um círculo e o seu diâmetro (o comprimento da reta que atravessa o seu centro), onde sempre vamos obter um número bastante próximo a 3,14159. O matemático Arquimedes (cerca de 280 a. C. - a cerca de 211 a. C.), foi o primeiro a estabelecer o valor do pi.

http://www.ajudaalunos.com/Quiz_mat/circulo_html/image/ns/circulo_pi4.gif

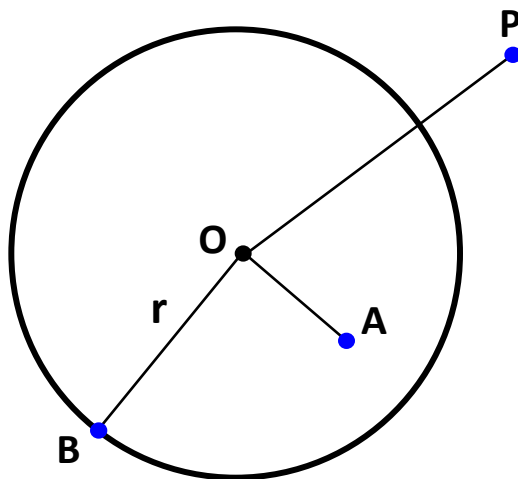


CÍRCULO

❖ Círculo (ou disco) é o conjunto de todos os pontos de um plano cuja distância a um ponto fixo O é menor ou igual que uma distância r dada. Quando a distância é nula, o círculo se reduz a um ponto. O círculo é a reunião da circunferência com o conjunto de pontos localizados dentro da mesma.



POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE UM PONTO E UMA CIRCUNFERÊNCIA

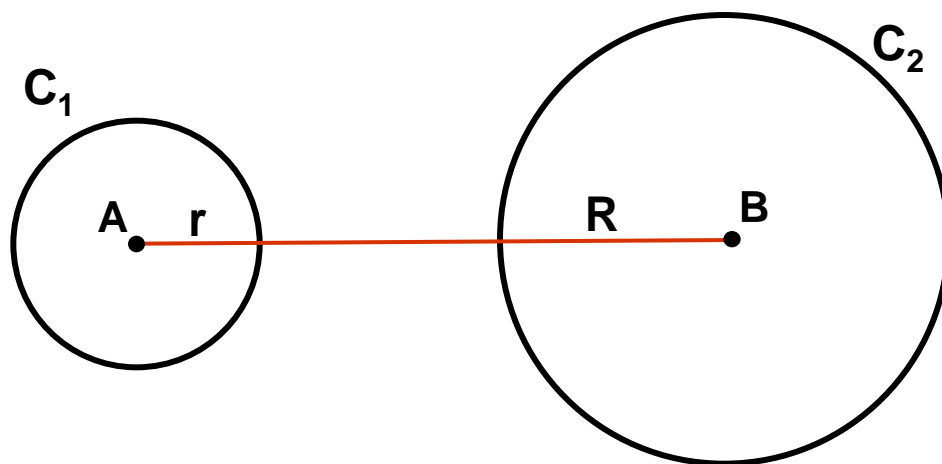


- ✓ O ponto A é interno à circunferência
 $d_{OA} < r$
- ✓ O ponto B pertence à circunferência
 $d_{OB} = r$
- ✓ O ponto P é exterior à circunferência
 $d_{OP} > r$



POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS

❖ **Circunferências exteriores**: quando todos os pontos do respectivo círculo são exteriores a outro. Duas circunferências são exteriores se, e somente se, a distância entre os centros de duas circunferências exteriores é maior que a soma dos respectivos raios.



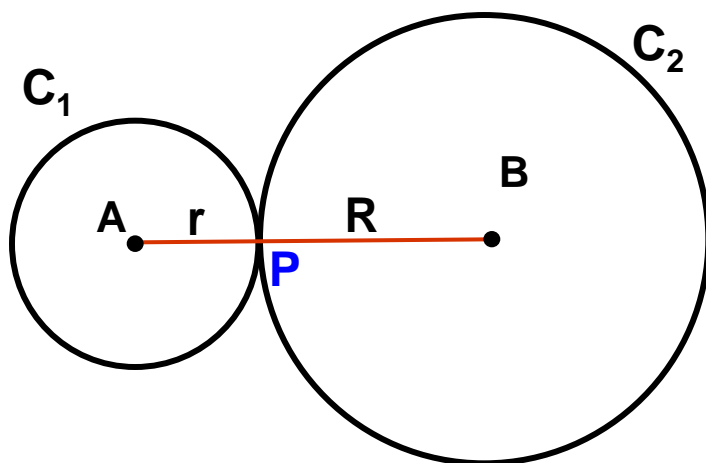
C_1 é externa C_2

Todos os pontos de C_1 são externos a C_2

$$\Leftrightarrow d_{AB} > r + R$$



❖ **Circunferências tangentes externamente**: quando as circunferências possuem um só ponto em comum e todos e todos os demais pontos dos respectivos círculos são externos ao outro. Duas circunferências são tangentes externamente se, e somente se, a distância entre os centros de duas circunferências exteriores é igual à soma dos respectivos raios.



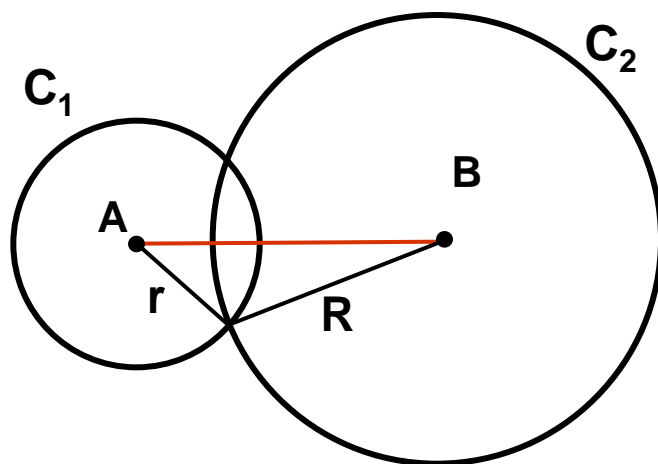
C_1 e C_2 são tangentes
externamente em P

C_1 e C_2 têm um só ponto comum e
não têm ponto interior comum \Leftrightarrow

$$d_{AB} = r + R$$



❖ **Circunferências secantes**: quando as duas circunferências possuem dois pontos em comum. Duas circunferências são secantes se, e somente se, a distância entre os centros de duas circunferências exteriores é menor que a soma dos respectivos raios e maior que a sua diferença.



C_1 e C_2 são secantes

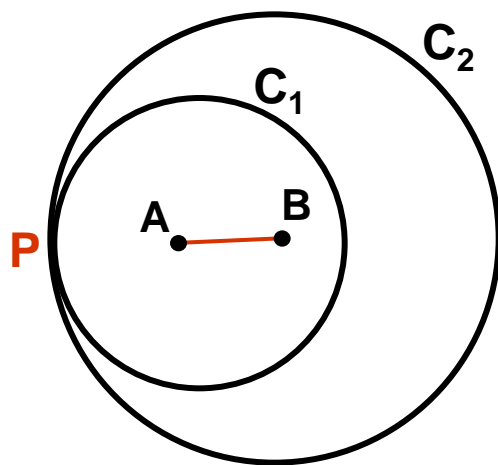
Têm dois pontos comuns

\Leftrightarrow

$$R - r < d_{AB} < R + r$$



❖ **Circunferências tangentes internamente**: quando as duas circunferências possuem um único ponto em comum e todos os pontos internos são comuns. Duas circunferências são tangentes internamente se, e somente se, a distância entre os dois centros é igual à diferença dos respectivos raios.



C_1 e C_2 são tangentes internamente em P

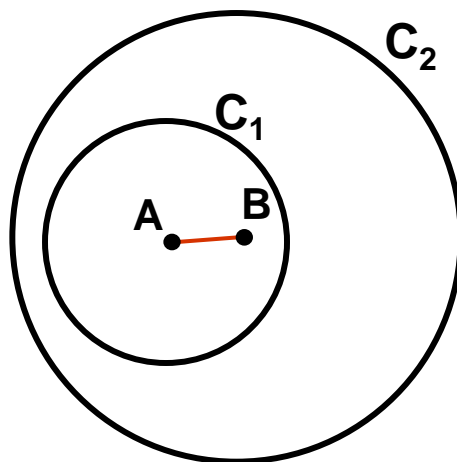
Têm um só ponto comum e os demais pontos de C_1 são interiores a C_2

\Leftrightarrow

$$d_{AB} = R - r$$



❖ **Circunferências interiores**: quando as duas circunferências não possuem pontos em comum e todos os pontos do círculo menor são interiores ao círculo maior. Duas circunferências são interiores se, e somente se, a distância dos centros é menor que a diferença dos respectivos raios.

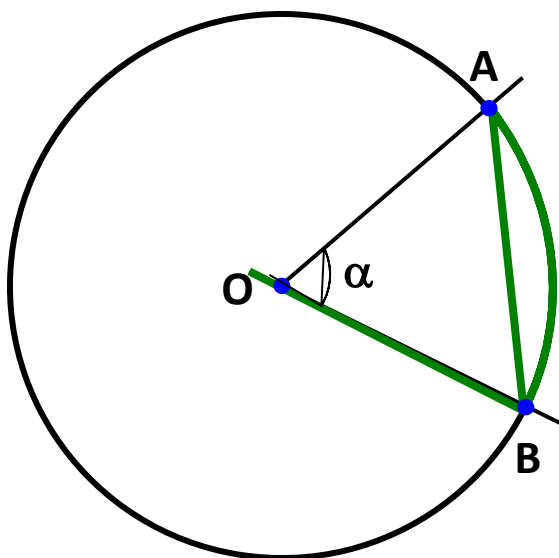


C_1 é interna a C_2

Todos os pontos de C_1 são interiores a $C_2 \Leftrightarrow$

$$0 \leq d_{AB} < R - r$$

❖ Um ângulo central tem a mesma medida do arco correspondente.



\widehat{AOB} é ângulo central

$$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{AB}) = \alpha$$

COMPRIMENTO DE UM ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA

❖ Sendo o comprimento do arco $AB = l$ e α o ângulo central correspondente ao arco, medido em graus, podemos montar uma regra de três entre o contorno do arco e seu valor de ângulo (em graus).

Comprimento

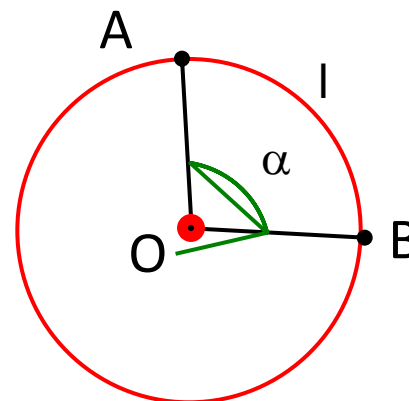
Grau

$$2\pi r \rightarrow 360^\circ$$

$$l \rightarrow \alpha$$

$$l = \frac{2\pi r \alpha}{360^\circ}$$

$$l = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ}$$



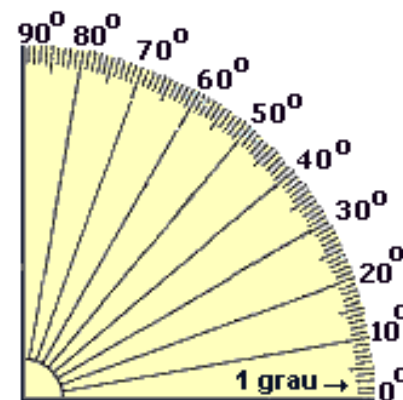
UNIDADES PARA MEDIR ARCOS E ÂNGULOS

❖ **Grau**: A medida em graus de uma circunferência consiste em dividi-la em 360 partes congruentes entre si, dessa forma, cada parte equivalerá a um arco de medida igual a 1° (um grau).

No entanto, é necessário saber também que:

✓ $1^\circ = 60'$ (1 grau equivale a 60 minutos de grau);

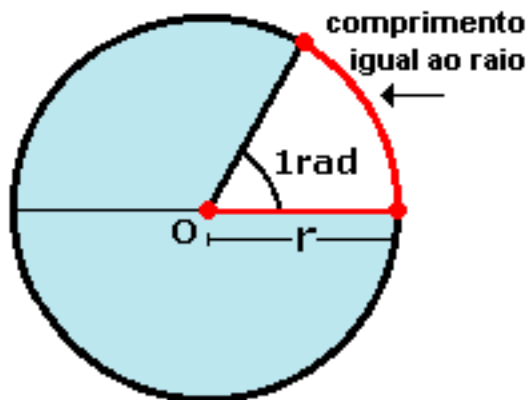
✓ $1' = 60''$ (1 minuto de grau equivale a 60 segundos de grau).



http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/trigonometria/z_trig41.png



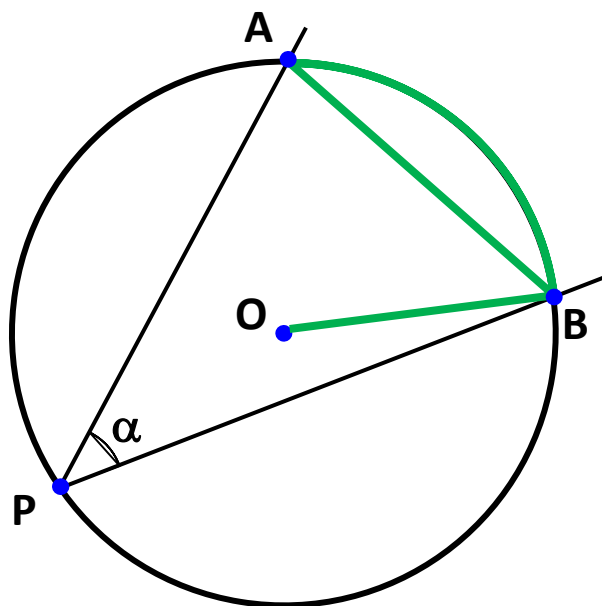
❖ **Radiano**: Medida de um arco que tem o mesmo comprimento que o raio da circunferência na qual estamos medindo o arco. Assim o arco tomado como unidade tem comprimento igual ao comprimento do raio ou 1 radiano, que denotaremos por 1 rad.



http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/trigonom/z_rad.png

ÂNGULO INSCRITO

❖ Chama-se ângulo em uma circunferência todo ângulo cujo vértice é um de seus pontos e cujos lados são secantes a ele.

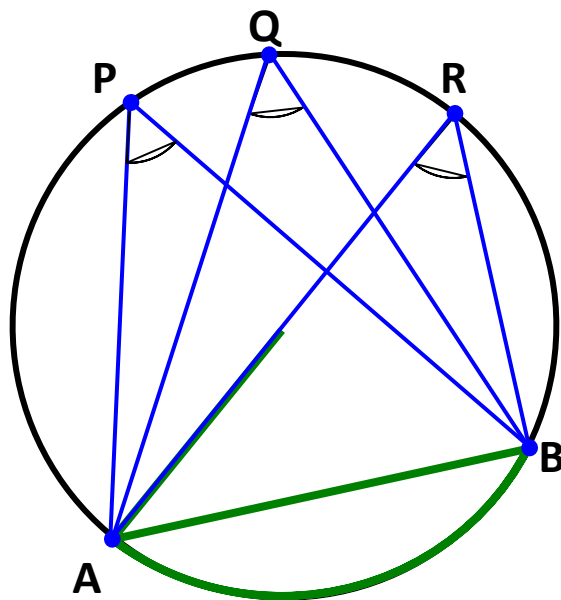


APB é ângulo inscrito

$$m(\text{APB}) = \alpha = \frac{AB}{2}$$

ÂNGULO INSCRITO – PROPRIEDADES

❖ **P1.** Ângulos inscritos em um mesmo arco são congruentes.



$$m(\text{APB}) = m(\text{AQB}) = m(\text{ARB}) = \frac{AB}{2}$$

✓ Os ângulos inscritos de vértices P, Q e R são congruentes.

EXTRAS

GEOGEBRA

- ✓ Utilizar o software geogebra para construir círculos, arcos e setores circulares.
- ✓ Este programa é de uso livre e pode ser obtido no endereço:
<http://www.baixaki.com.br/download/geogebra.htm>.

EXERCÍCIOS



<http://zonadaponte.com.sapo.pt/gifs/escola/esc003.gif>

- 1º) Determine o comprimento de uma circunferência que tem 9 cm de raio.
- 2º) Qual é o comprimento r do raio de uma circunferência que tem 18,84 cm de comprimento?
- 3º) Uma circunferência tem 10,5 cm de diâmetro. Nessas condições, qual é o comprimento dessa circunferência?
- 4º) Uma pista circular tem 25 m de raio. Quantos metros percorre uma pessoa que dá 20 voltas em torno dessa pista?
- 5º) Ao percorrer uma distância de 6280m, uma roda dá 2000 voltas completas. Qual é o raio dessa roda?
- 6º) Se uma pessoa der 10 voltas completas em torno de um jardim circular, ela percorrerá 2198 m. Qual é o diâmetro desse jardim?
- 7º) Qual é a medida de uma correia acoplada a duas rodas iguais de 10cm de raio e cujos centros estão a 5 cm de distância um do outro?

REFERÊNCIAS

Sites:

- ❖ <http://www.mundoeducacao.com/matematica/posicao-relativa-entre-duas-circunferencias.htm>
- ❖ <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/geometria/geom-circ/geom-circ.htm>
- ❖ <http://www.matematicamuitofacil.com/circunferencia.html>
- ❖ <http://www.coladaweb.com/matematica/circunferencia>

Livros:

- ❖ Dante, Luiz Roberto. Matemática : volume único - Ática. São Paulo : Ática, 2005.
- ❖ I. Silva, Cláudio Xavier da. II. Filho, Benigno Barreto. Matemática aula por aula, 1: ensino médio – São Paulo : FTD, 2009.
- ❖ I. Iezzi, Gelson. II. Dolce, Osvaldo. III. Degenszajn, David. IV. Périco, Roberto. Matemática : volume único – São Paulo : Atual, 2002.