

A IMPORTÂNCIA DA CIRCUNFERÊNCIA

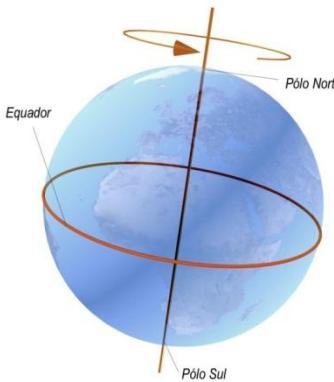
❖ A circunferência possui características não comumente encontradas em outras figuras planas, como o fato de ser a única figura plana que pode ser rodada em torno de um ponto sem modificar sua posição aparente. É também a única figura que é simétrica em relação a um número infinito de eixos de simetria.



❖ A circunferência é importante em praticamente todas as áreas do conhecimento como nas Engenharias, Matemática, Física, Química, Biologia, Arquitetura, Astronomia, Artes e também é muito utilizado na indústria e bastante utilizada nas residências das pessoas.

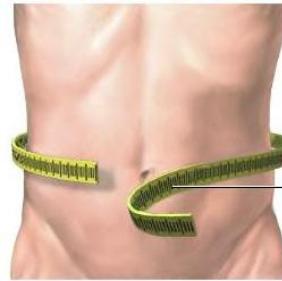
OS OBJETOS CIRCULARES ESTÃO PRESENTES NO NOSSO DIA-A-DIA

Linha do Equador



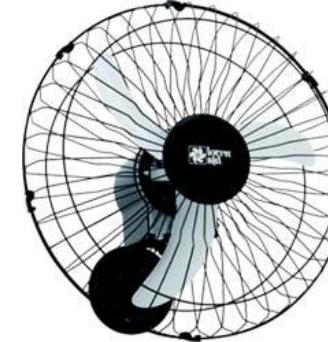
http://3.bp.blogspot.com/-h4b7cJOG6P0/TnEmbErzXII/AAAAAAAADwY/jxraiX5n3Ng/s1600/Linha_do_Equador.jpg

Circunferência Abdominal



<http://cuorecardiologia.com.br/blog-dr-cuore/wp-content/uploads/2012/06/c.bmp>

Ventilador



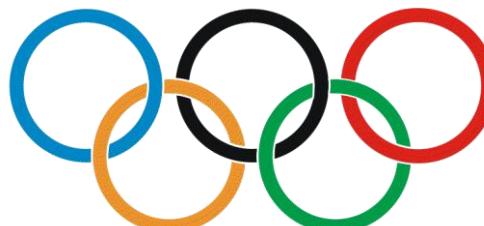
[http://2.bp.blogspot.com/-8wIM9B-6sToOTSGPy2w/AAAAAAAACC/smGV7Fz6o6A/s1600/ventilador-tufao.jpg](http://2.bp.blogspot.com/-8wIM9B-6s>ToOTSGPy2w/AAAAAAAACC/smGV7Fz6o6A/s1600/ventilador-tufao.jpg)

Moeda



http://mlb-s1-p.mlstatic.com/19140-MLB201667/05477_092014-O.jpg

Bandeira Olímpica



<https://catracalivre.com.br/wp-content/uploads/2011/11/ologo-OI%C3%ADmpicos-divulga%C3%A7%C3%A3o.gif>

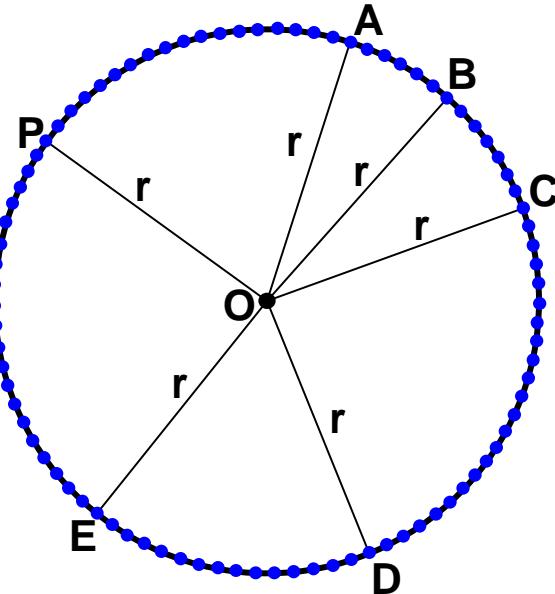
Disco



http://3.bp.blogspot.com/-m8Z67LuVNEw/T0OS8ss13II/AAAAAAAACU/QbqlQZ0brk/s1600/C%25B3pia+det-600px-CD_autolev_crop.jpg

CIRCUNFERÊNCIA

❖ A circunferência é o lugar geométrico de todos os pontos de um plano que estão localizados a uma mesma distância r de um ponto fixo denominado o centro da circunferência (ponto O).



ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA



<http://www.uantof.ci/estudiomat/extensao/onda/zirkel.gif>

❖ **Raio**: Raio de uma circunferência (ou de um círculo) é um segmento de reta com uma extremidade no centro da circunferência e a outra extremidade num ponto qualquer da circunferência.

http://www.prof2000.pt/users/ildacabral/Circunfer%C3%A3ncia_raio.gif



❖ **Corda**: Corda de uma circunferência é um segmento de reta cujas extremidades pertencem à circunferência.

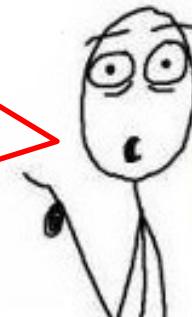
❖ **Diâmetro**: Diâmetro de uma circunferência (ou de um círculo) é uma corda que passa pelo centro da circunferência. Observamos que o diâmetro é a maior corda da circunferência.



- ❖ Uma relação importante que podemos notar é que a medida do diâmetro (d) é igual ao dobro da medida do raio (r), ou seja, $\text{diâmetro} = 2r$.

O que é pior que ser atingido
por um raio?

É ser atingido por um diâmetro,
que é duas vezes um raio!



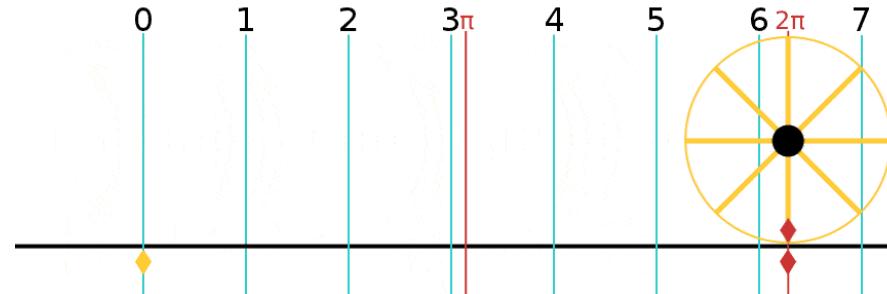
PERÍMETRO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

❖ A extensão da circunferência, ou seja, seu perímetro, C , pode ser calculada através da equação:

$$C = 2\pi r$$

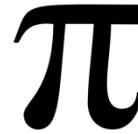
Onde:

- ✓ C é o comprimento da circunferência;
- ✓ π é uma constante ($\approx 3,14$);
- ✓ r é o raio da circunferência.



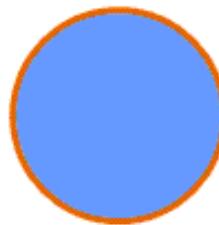
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/67/2pi-unrolled.gif>

O QUE É O PI?



<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/2/2e/Pi-symbol.svg/588px-Pi-symbol.svg.png>

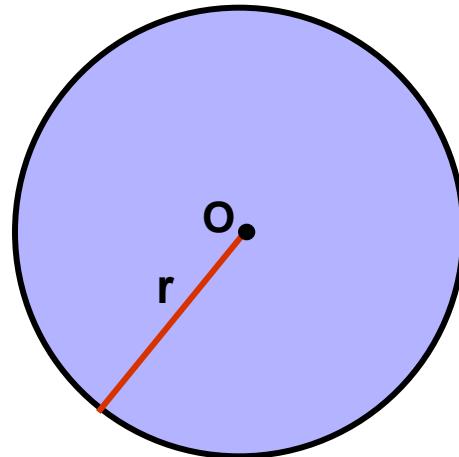
❖ O pi é a 16ª letra do alfabeto grego e corresponde ao som fonético “p” no alfabeto latino. Ele é, também, a inicial da palavra grega *periphéreia*, que significa circunferência. Por isso passou a ser usado para designar a divisão (razão) entre o valor da circunferência de um círculo e o seu diâmetro (o comprimento da reta que atravessa o seu centro), onde sempre vamos obter um número bastante próximo a 3,14159. O matemático Arquimedes (cerca de 280 a. C. - a cerca de 211 a. C.), foi o primeiro a estabelecer o valor do pi.



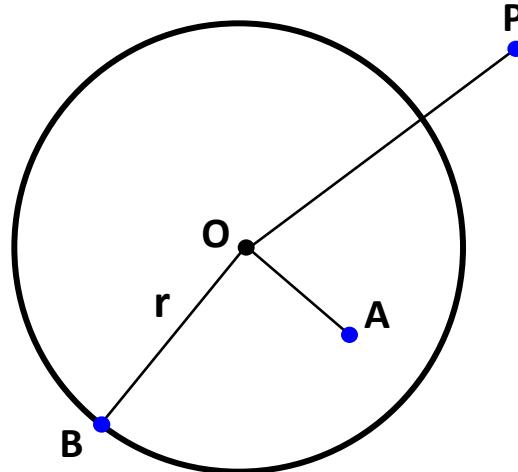
http://www.ajudaalunos.com/Quiz_mat/circulo_html/images/circulo_pi4.gif

CÍRCULO

❖ Círculo (ou disco) é o conjunto de todos os pontos de um plano cuja distância a um ponto fixo O é menor ou igual que uma distância r dada. Quando a distância é nula, o círculo se reduz a um ponto. O círculo é a reunião da circunferência com o conjunto de pontos localizados dentro da mesma.



POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE UM PONTO E UMA CIRCUNFERÊNCIA



✓ O ponto A é interno à circunferência

$$d_{OA} < r$$

✓ O ponto B pertence à circunferência

$$d_{OB} = r$$

✓ O ponto P é exterior à circunferência

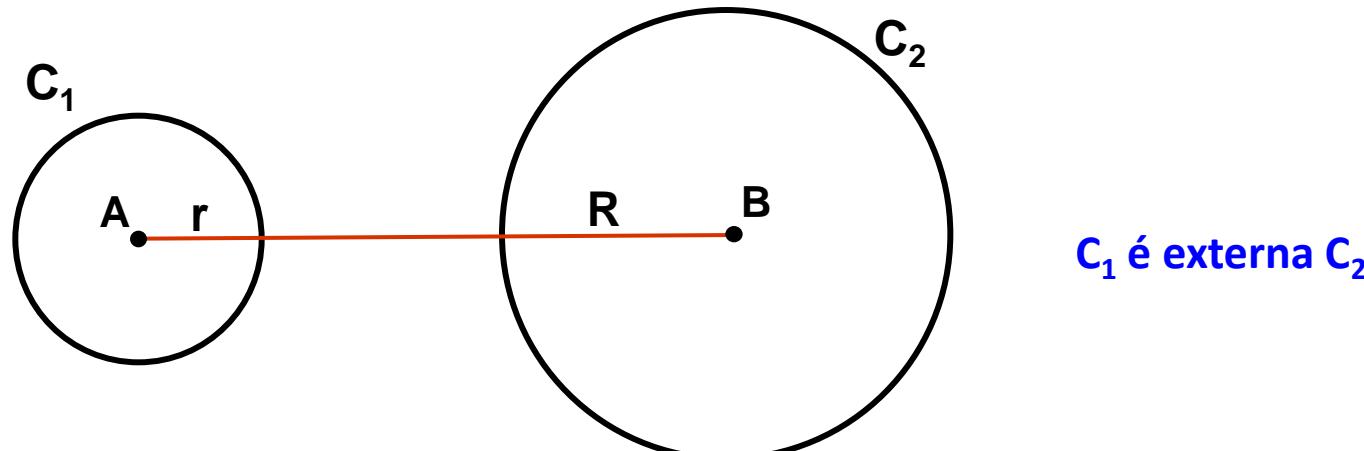
$$d_{OP} > r$$



<http://www.gifss.com/escolares/estudante-5.gif>

POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS

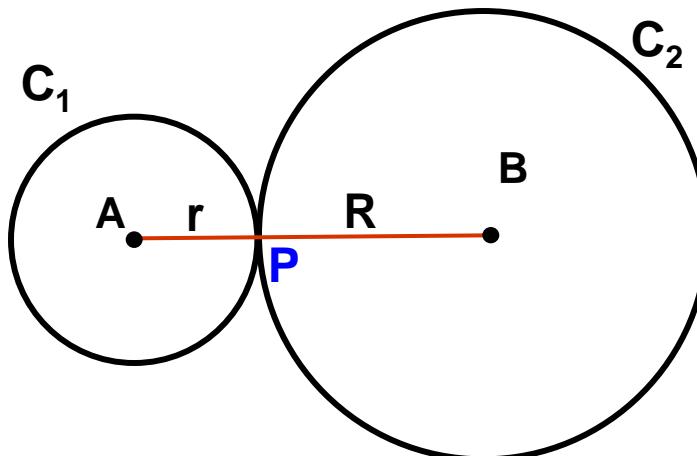
❖ **Circunferências exteriores**: quando todos os pontos do respectivo círculo são exteriores a outro. Duas circunferências são exteriores se, e somente se, a distância entre os centros de duas circunferências exteriores é maior que a soma dos respectivos raios.



Todos os pontos de C_1 são externos a C_2

$$d_{AB} > r + R$$

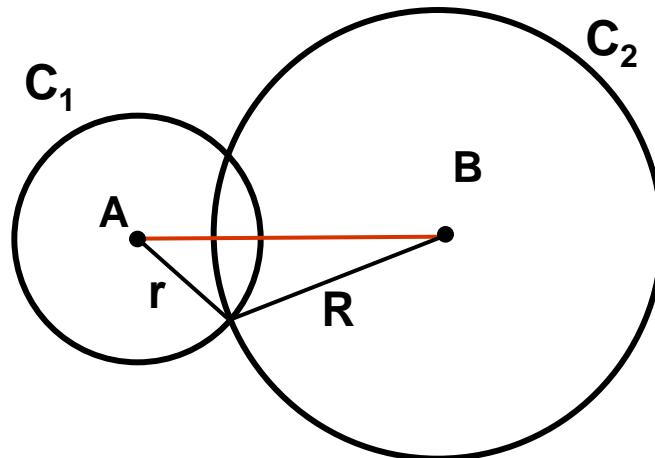
❖ **Circunferências tangentes exteriormente**: quando as circunferências possuem um só ponto em comum e todos os demais pontos dos respectivos círculos são externos ao outro. Duas circunferências são tangentes exteriormente se, e somente se, a distância entre os centros de duas circunferências exteriores é igual à soma dos respectivos raios.



**C_1 e C_2 têm um só ponto comum e
não têm ponto interior comum** \Leftrightarrow

$$d_{AB} = r + R$$

❖ **Circunferências secantes**: quando as duas circunferências possuem dois pontos em comum. Duas circunferências são secantes se, e somente se, a distância entre os centros de duas circunferências exteriores é menor que a soma dos respectivos raios e maior que a sua diferença.



Têm dois pontos comuns

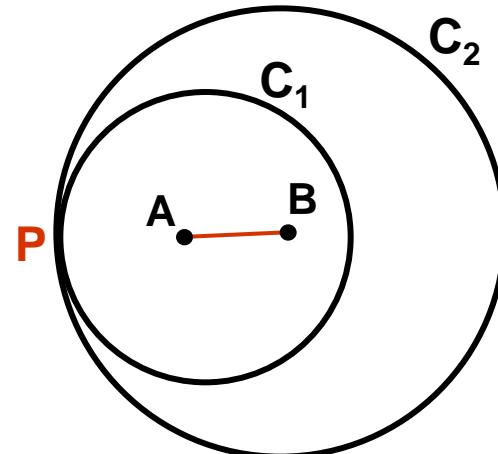
C_1 e C_2 são secantes

↔

$$R - r < d_{AB} < R + r$$



❖ **Circunferências tangentes interiormente**: quando as duas circunferências possuem um único ponto em comum e todos os pontos internos são comuns. Duas circunferências são tangentes interiormente se, e somente se, a distância entre os dois centros é igual à diferença dos respectivos raios.



**C₁ e C₂ são tangentes internamente
em P**

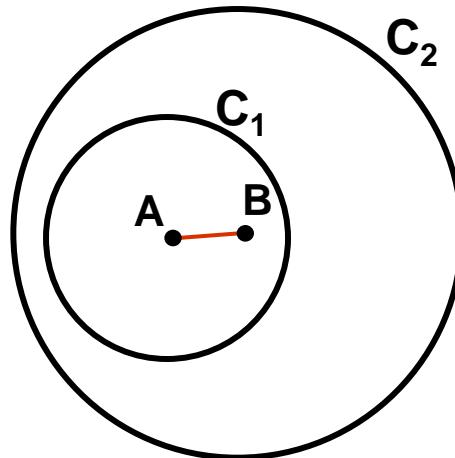
Têm um só ponto comum e os demais
pontos de C₁ são interiores a C₂



$$d_{AB} = R - r$$



❖ **Circunferências interiores**: quando as duas circunferências não possuem pontos em comum e todos os pontos do círculo menor são interiores ao círculo maior. Duas circunferências são interiores se, e somente se, a distância dos centros é menor que a diferença dos respectivos raios.



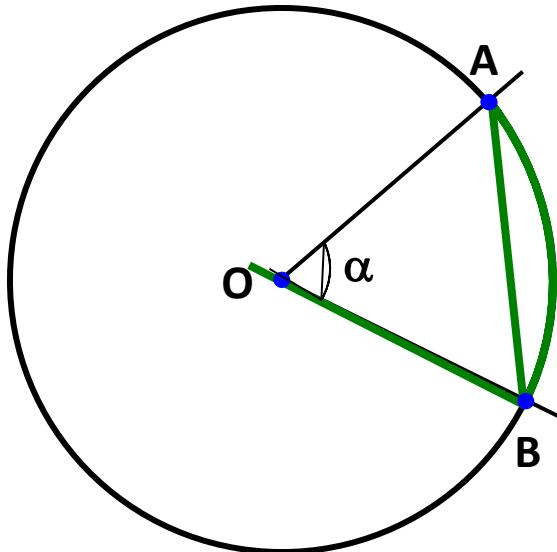
C₁ é interna a C₂

Todos os pontos de C₁ são interiores a C₂

↔

$$0 \leq d_{AB} < R - r$$

- ❖ Um ângulo central tem a mesma medida do arco correspondente.



$A\hat{O}B$ é ângulo central

$$m(A\hat{O}B) = m(AB) = \alpha$$

COMPRIMENTO DE UM ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA

❖ Sendo o comprimento do arco $AB = l$ e α o ângulo central correspondente ao arco, medido em graus, podemos montar uma regra de três entre o contorno do arco e seu valor de ângulo (em graus).

Comprimento

$$2\pi r$$

$$l$$

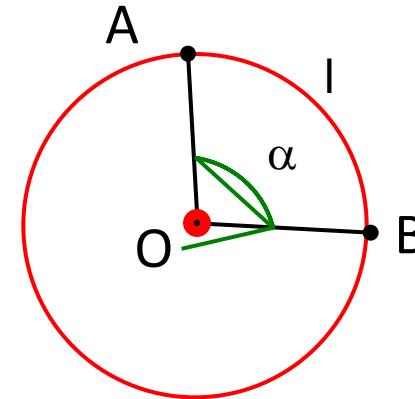
Grau

$$360^\circ$$

$$\alpha$$

$$\ell = \frac{2\pi r \alpha}{360^\circ}$$

$$\boxed{\ell = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ}}$$

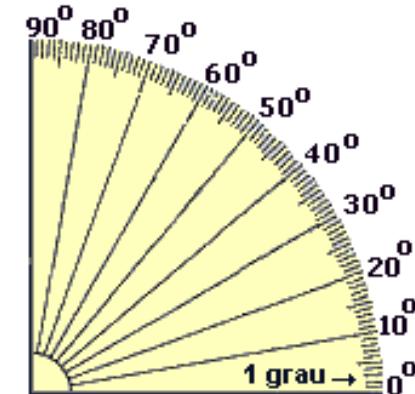


UNIDADES PARA MEDIR ARCOS E ÂNGULOS

❖ **Grau:** A medida em graus de uma circunferência consiste em dividi-la em 360 partes congruentes entre si, dessa forma, cada parte equivalerá a um arco de medida igual a 1° (um grau).

No entanto, é necessário saber também que:

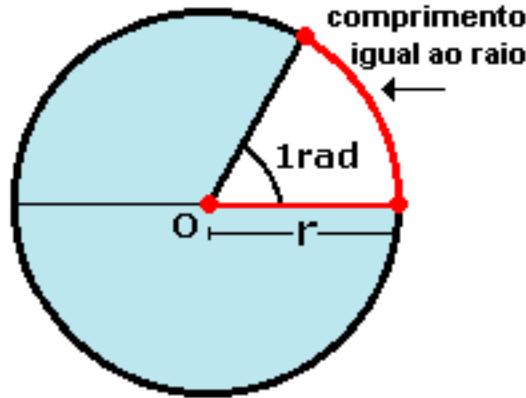
- ✓ $1^\circ = 60'$ (1 grau equivale a 60 minutos de grau);
- ✓ $1' = 60''$ (1 minuto de grau equivale a 60 segundos de grau).



http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/trigonometria/z_trigonometria_41.png



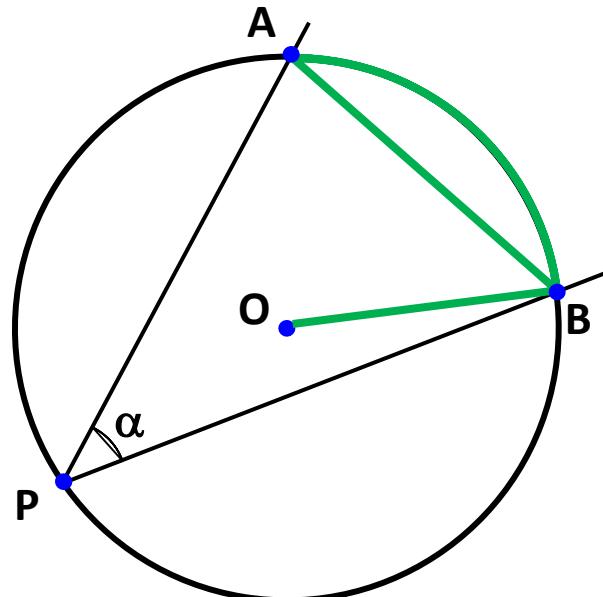
❖ **Radiano**: Medida de um arco que tem o mesmo comprimento que o raio da circunferência na qual estamos medindo o arco. Assim o arco tomado como unidade tem comprimento igual ao comprimento do raio ou 1 radiano, que denotaremos por 1 rad.



http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/trigonometria/z_rad.png

ÂNGULO INSCRITO

❖ Chama-se ângulo em uma circunferência todo ângulo cujo vértice é um de seus pontos e cujos lados são secantes a ele.

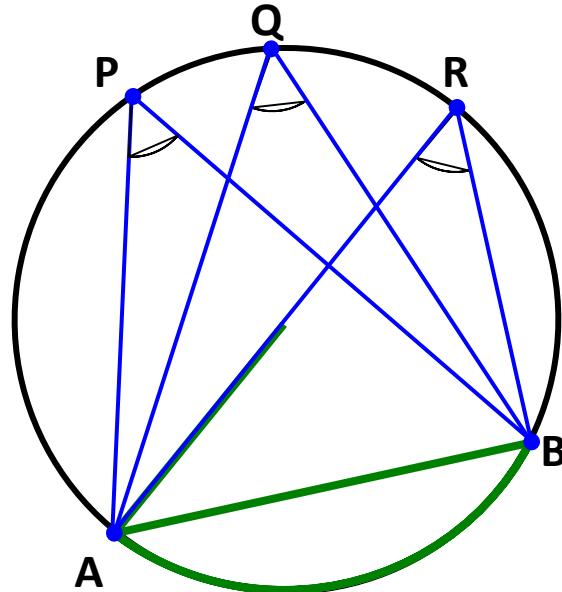


APB é ângulo inscrito

$$m(APB) = \alpha = \frac{AB}{2}$$

ÂNGULO INSCRITO – PROPRIEDADES

❖ **P1.** Ângulos inscritos em um mesmo arco são congruentes.



$$m(APB) = m(AQB) = m(ARB) = \frac{AB}{2}$$

✓ Os ângulos inscritos de vértices P, Q e R são congruentes.

EXTRAS

GEOGEBRA

- ✓ Utilizar o software geogebra para construir círculos, arcos e setores circulares.
- ✓ Este programa é de uso livre e pode ser obtido no endereço:
<http://www.baixaki.com.br/download/geogebra.htm>.

EXERCÍCIOS



<http://zonadaponte.com.sapo.pt/gifs/escola/esc003.gif>

- 1º) Determine o comprimento de uma circunferência que tem 9 cm de raio.
- 2º) Qual é o comprimento r do raio de uma circunferência que tem 18,84 cm de comprimento?
- 3º) Uma circunferência tem 10,5 cm de diâmetro. Nessas condições, qual é o comprimento dessa circunferência?
- 4º) Uma pista circular tem 25 m de raio. Quantos metros percorre uma pessoa que dá 20 voltas em torno dessa pista?
- 5º) Ao percorrer uma distância de 6280m, uma roda dá 2000 voltas completas. Qual é o raio dessa roda?
- 6º) Se uma pessoa der 10 voltas completas em torno de um jardim circular, ela percorrerá 2198 m. Qual é o diâmetro desse jardim?
- 7º) Qual é a medida de uma correia acoplada a duas rodas iguais de 10cm de raio e cujos centros estão a 5 cm de distância um do outro?

REFERÊNCIAS

Sites:

- ❖ <http://www.mundoeducacao.com/matematica/posicao-relativa-entre-duas-circunferencias.htm>
- ❖ <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/geometria/geom-circ/geom-circ.htm>
- ❖ <http://www.matematicamuitofacil.com/circunferencia.html>
- ❖ <http://www.coladaweb.com/matematica/circunferencia>

Livros:

- ❖ Dante, Luiz Roberto. Matemática : volume único - Ática. São Paulo : Ática, 2005.
- ❖ I. Silva, Cláudio Xavier da. II. Filho, Benigno Barreto. Matemática aula por aula, 1: ensino médio – São Paulo : FTD, 2009.
- ❖ I. Iezzi, Gelson. II. Dolce, Osvaldo. III. Degenszajn, David. IV. Périgo, Roberto. Matemática : volume único – São Paulo : Atual, 2002.